



สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# สัญญาณและ ระบบสำหรับ วิศวกรรมไฟฟ้า

Signals and Systems for  
Electrical Engineering

นรรัตน์ วัฒนมงคล



สัญญาณและระบบสำหรับวิศวกรรมไฟฟ้า

Signals and Systems for Electrical Engineering

นรรัตน์ วัฒนมงคล

เลขทะเบียน	M 0150818
วันลงทะเบียน	7 ส.ค. 2560
เลขเรียกหนังสือ	621.5822 นรรัตน์ 2559



สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2559

470.-

มหาวิทยาลัยบูรพา

สัญญาและระบบสำหรับวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยบูรพา

1. การประมวลสัญญาณ 2. ทฤษฎีระบบ

621.3822

ISBN 978-974-03-3440-8

พ.ศ. 2554



www.ChulaPress.com  
Knowledge to All

ลิขสิทธิ์ของสำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิมพ์ครั้งที่ 1 จำนวน 1,000เล่ม พ.ศ. 2559

การคัดลอกและการออกเสียงหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดทั้งสิ้น

ต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผู้จัดจำหน่าย สำนักหนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

สาขา

ศาลาพระเกี้ยว โทร. 0-2218-7000-3 โทรสาร 0-2255-4441

สยามสแควร์ โทร. 0-2218-9881-2 โทรสาร 0-2254-9495

ม.นเรศวร จ.พิษณุโลก โทร. 0-5526-0162-4 โทรสาร 0-5526-0165

ม.เทคโนโลยีสุรนารี จ.นครราชสีมา โทร. 0-4421-6131-4 โทรสาร 0-4421-6135

ม.บูรพา จ.ชลบุรี โทร. 0-3839-4855-9 โทรสาร 0-3839-3239

โรงเรียนนายร้อย จปร. จ.นครนายก โทร. 0-3739-1023 โทรสาร 0-3739-5023

ม.พะเยา จ.พะเยา โทร. 0-5446-6799-800 โทรสาร 0-5446-6798

จัตุรัสจามจุรี (CHAMCHURI SQUARE) ชั้น 4 โทร. 0-2160-5301-2 โทรสาร 0-2160-5304

รัตนนิคม (แยกนครราชสีมา) โทร. 0-2950-5408-9 โทรสาร 0-2950-5405

ม.เทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี จ.นครราชสีมา โทร. 0-4492-2662-3 โทรสาร 0-4492-2664

มือถือ 08-6392-7785

Call Center (จัดตั้งทั่วประเทศ) โทร. 0-2255-4433 <http://www.chulabook.com>

และเครือข่าย

ร้านค้า หนังสือพิมพ์ ซีดีหรือแผ่นเสียง คัดลอกแบบขายส่ง สาขา รัตนนิคม (แยกนครราชสีมา) โทร. 0-2950-5408-9 โทรสาร 0-2950-5405

มีจำหน่ายที่ ร้านหนังสือทุกสาขา ร้านขายอินเทอร์เน็ตทุกสาขา และร้านหนังสือชั้นนำทั่วประเทศ

กองบรรณาธิการ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิสูจน์อักษร : สุวิมล อ้นทรัพย์

ออกแบบปก : พจน.ชอนและฟ้า โทร. 0-2447-2464, 08-1642-0419

ออกแบบรูปเล่ม : อาจารย์ ดร.บวรรัตน์ วัฒนสุภา

พิมพ์ที่ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย [5904-077]

โทร. 0-2218-3557 โทรสาร 0-2215-3612

<http://www.cuprint.chula.ac.th>

## คำนำ

วัตถุประสงค์ของการเรียบเรียงเนื้อหาวิชาสัญญาณและระบบสำหรับวิศวกรรมไฟฟ้าคือ เพื่อให้เป็นหนังสือประกอบการเรียนการสอนทั้งในระดับปริญญาตรีและบัณฑิตศึกษา ภาควิชานี้เป็นวิชาพื้นฐานที่มีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้ที่กำลังศึกษาทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้าที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์สัญญาณและระบบไฟฟ้าต่าง ๆ ระบบการสื่อสาร โทรคมนาคม การประมวลผลสัญญาณภาพ การออกแบบระบบควบคุม รวมถึงการนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้งานกับอื่น ๆ ดังนั้นผู้เรียบเรียงจึงควรมีความรู้ความเข้าใจพื้นฐานที่ถูกต้องชัดเจนก่อนการเรียนรู้อีกขั้นสูงอื่น ๆ ต่อไป

ในการจัดทำหนังสือเล่มนี้ผู้เขียนได้รับแรงบันดาลใจจากอาจารย์ที่เคารพรักหลายท่าน ซึ่งแต่ละท่านล้วนเป็นผู้ที่มีประสบการณ์ในงานด้านวิชาการหลายสิบปี ผู้เขียนมีโอกาสดำเนินงานแนะนำสั่งสอนและให้ทราบรู้ทางวิชาการอย่างมากมาในระหว่างที่กำลังศึกษาอยู่ที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ทั้งในด้านการเรียน การเขียนหนังสือ และการเขียนเอกสารทางวิชาการต่าง ๆ ผู้เขียนขอขอบคุณผู้เรียนทุกคนที่ลงเรียนวิชาไปกับผู้เขียนนับตั้งแต่ พ.ศ. 2555 ซึ่งได้แสดงข้อคิดเห็นที่เป็นประโยชน์ในด้านต่าง ๆ ส่งผลให้หนังสือเล่มนี้ได้รับการปรับปรุงเนื้อหาอย่างถ้อยเนื่อง จากประสบการณ์การสอนของผู้เขียนพบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถเข้าใจเนื้อหาได้อย่างลึกซึ้ง เนื่องจากเนื้อหาส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับสมการคณิตศาสตร์จำนวนมาก และไม่ค่อยมีตัวอย่างโจทย์ที่เกี่ยวกับการคำนวณมากนัก ด้วยเหตุนี้ผู้เขียนจึงมีความมุ่งมั่นและตั้งใจอย่างมากที่จะศึกษาค้นหาหาความรู้จากหนังสือของต่างประเทศที่มีคุณภาพเพื่อนำมาใช้อ้างอิงและวิธีการนำเสนอเนื้อหาที่ยากให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ง่ายขึ้น มีโจทย์ตัวอย่างประกอบการเฉลยแสดงวิธีทำ โดยมีรูปภาพประกอบ และมีคำถามเพื่อฝึกประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคู่ส่วนท้ายของทุกบทเรียน

หนังสือเล่มนี้เริ่มต้นด้วยการอธิบายให้ความรู้พื้นฐานและสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับสัญญาณและระบบเพื่อเตรียมความพร้อมให้กับผู้เรียน จากนั้นบทที่ 2 และบทที่ 3 จะกล่าวถึงระบบเชิงเส้นที่แปรเปลี่ยนตามเวลาที่ต่อเนื่องทางเวลาและไม่ต่อเนื่องทางเวลา การแสดงแทนสัญญาณด้วยสูตรคณิตศาสตร์ การคอนโวลูชันสัญญาณ ผลลอบสนองสัญญาณต่อระบบการ

เชิงอนุพันธ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณอินพุตและสัญญาณเอาต์พุต และการเขียนบล็อกไดอะแกรม บทที่ 4 และบทที่ 5 จะกล่าวถึงกรณีนำเอาอนุกรมฟูเรียร์มาใช้วิเคราะห์สัญญาณที่ต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่องทางเวลาของสัญญาณจำกัดทั้งในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ ผลการแปลงฟูเรียร์ผกผัน และผลตอบสนองความถี่ของระบบ สำหรับบทที่ 6 และบทที่ 7 จะกล่าวถึงสิ่งที่นำเสนอในบทที่ 4 และ 5 โดยจะกล่าวถึงการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณไม่จำกัดที่ต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่องทางเวลา บทที่ 8 จะอธิบายทฤษฎีการสุ่มตัวอย่างและกระบวนการสุ่มตัวอย่างซึ่งสามารถทำได้กับทั้งสัญญาณที่ต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่องทางเวลา การสุ่มตัวอย่างด้วยวงจรกรอง และการสุ่มตัวอย่างแบบหลายอัตรา บทที่ 9 และบทที่ 10 จะกล่าวถึงผลการแปลงลาปลาซและผลการแปลงซีซึ่งถูกนำมาใช้วิเคราะห์สัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาและไม่ต่อเนื่องทางเวลา ตามลำดับ โดยทั้ง 2 วิธีนี้สามารถลดความซับซ้อนในการวิเคราะห์ที่เกิดจากการใช้วิธีการแปลงฟูเรียร์ อีกทั้งยังสามารถนำมาใช้ออกแบบหรือวิเคราะห์ความเสถียรภาพของระบบได้ดียิ่งขึ้น

ท้ายสุดนี้ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้ถ่ายทอดวิชาความรู้ต่างๆ และได้ให้ข้อคิดเห็นต่างๆ ที่เป็นประโยชน์กับผู้เขียนซึ่งไม่ได้กล่าวถึงในที่นี้ ขอขอบคุณคณาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ทุกท่านที่คอยเสนอแนะและให้คำปรึกษาแก่ข้าพเจ้า ขอขอบคุณคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่สนับสนุนทุนอุดหนุนการผลิตตำราและหนังสือ ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2558 ตามประกาศคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพาที่ 162/2557 ผู้เขียนขอขอบพระคุณบิดามารดา ภรรยา และสมาชิกทุกคนในครอบครัวอันเป็นที่รักซึ่งทำให้ความรักความเข้าใจ และคอยเป็นกำลังใจให้ผู้เขียนมาโดยตลอด

นรรัตน์ วัฒนมงคล  
กุมภาพันธ์-2559

# สารบัญ

หน้า

คำนำ

สารบัญ

บทที่ 1 สัญญาณและระบบ (Signals and Systems).....	1
1.1 สัญญาณ.....	1
1.2 การจำแนกประเภทของสัญญาณ.....	2
1.3 การดำเนินการพื้นฐานกับสัญญาณ.....	14
1.4 สัญญาณเอ็กซ์โพเนนเชียลเชิงซ้อน.....	19
1.5 สัญญาณพื้นฐานที่พบบ่อย.....	25
1.6 ระบบ.....	32
1.7 สมบัติพื้นฐานของระบบ.....	35
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 1.....	42
บทที่ 2 ระบบเชิงเส้นที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาและต่อเนื่องทางเวลา.....	47
2.1 การแสดงสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาสำหรับระบบ LTI.....	47
2.2 ปริพันธ์คอนโวลูชัน.....	48
2.3 ผลตอบสนองอิมพัลส์และผลตอบสนองขั้นบันได.....	55
2.4 สมบัติของระบบ LTI ที่ต่อเนื่องทางเวลา.....	55
2.5 สมการเชิงอนุพันธ์.....	58
2.6 แผนภาพบล็อก.....	64
2.7 สหสัมพันธ์.....	66
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 2.....	69
บทที่ 3 ระบบเชิงเส้นที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาและไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	75
3.1 การแสดงสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาสำหรับระบบ LTI.....	75
3.2 ผลรวมคอนโวลูชัน.....	76

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.3 ผลตอบสนองอิมพัลส์และผลตอบสนองขั้นบันได.....	83
3.4 สมบัติของระบบ LTI ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	84
3.5 สมการเชิงผลต่าง.....	88
3.6 แผนภาพบล็อก.....	93
3.7 สหสัมพันธ์.....	96
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 3.....	103
<b>บทที่ 4 อนุกรมฟูรีเยร์ที่ต่อเนื่องทางเวลา (Continuous-Time Fourier Series).....</b>	<b>109</b>
4.1 ผลตอบสนองของระบบ LTI ที่มีต่อสัญญาณเอ็กซ์โพเนนเชียลเชิงซ้อน.....	109
4.2 อนุกรมฟูรีเยร์ของสัญญาณเป็นคาบที่ต่อเนื่องทางเวลา.....	112
4.3 การคู่เข้าของอนุกรมฟูรีเยร์.....	121
4.4 สมบัติของอนุกรมฟูรีเยร์ที่ต่อเนื่องทางเวลา.....	123
4.5 สัญญาณสเปกตรัมกำลัง.....	126
4.6 ผลตอบสนองของระบบ LTI ต่อสัญญาณเป็นคาบที่ต่อเนื่องทางเวลา.....	128
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 4.....	131
<b>บทที่ 5 อนุกรมฟูรีเยร์ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (Discrete-Time Fourier Series).....</b>	<b>137</b>
5.1 ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะของระบบ LTI ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	137
5.2 อนุกรมฟูรีเยร์ของสัญญาณเป็นคาบที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	138
5.3 การคู่เข้าของอนุกรมฟูรีเยร์.....	145
5.4 สมบัติของอนุกรมฟูรีเยร์ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	146
5.5 ผลตอบสนองของระบบ LTI ต่อสัญญาณเป็นคาบที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	153
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 5.....	155

# สารบัญ (ต่อ)

หน้า

<b>บทที่ 6 ผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา (Continuous-Time Fourier Transform).....</b>	<b>159</b>
6.1 ผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณ ไม่เป็นคาบที่ต่อเนื่องทางเวลา.....	159
6.2 ผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณเป็นคาบที่ต่อเนื่องทางเวลา.....	165
6.3 สมบัติของผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา.....	168
6.4 ผลตอบสนองความถี่ของระบบ LTI ที่ต่อเนื่องทางเวลา.....	173
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 6.....	177
<b>บทที่ 7 ผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (Discrete-Time Fourier Transform).....</b>	<b>183</b>
7.1 ผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณ ไม่เป็นคาบที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	183
7.2 ผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณเป็นคาบที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	191
7.3 สมบัติการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	193
7.4 ผลตอบสนองความถี่ของระบบ LTI ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	200
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 7.....	203
<b>บทที่ 8 การซัดตัวอย่าง (Sampling).....</b>	<b>209</b>
8.1 ทฤษฎีบทการซัดตัวอย่าง.....	209
8.2 การซัดตัวอย่างสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา.....	211
8.3 การประมวลผลแบบ ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	221
8.4 การซัดตัวอย่างสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	225
8.5 การซัดตัวอย่างแบบหลายอัตรา.....	232
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 8.....	239

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
<b>บทที่ 9 ผลการแปลงลาปลาซ (Laplace Transform)</b> .....	243
9.1 ผลการแปลงลาปลาซ.....	243
9.2 สมบัติของบริเวณการลู่อื่น.....	248
9.3 สมบัติของการแปลงลาปลาซ.....	250
9.4 ผลการแปลงลาปลาซผกผัน.....	255
9.5 การวิเคราะห์ระบบ LTI โดยอาศัยการแปลงลาปลาซ.....	257
9.6 ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันถ่ายโอนและแผนภาพขั้ว.....	262
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 9.....	267
<b>บทที่ 10 ผลการแปลงซี (Z-Transform)</b> .....	271
10.1 ผลการแปลงซี.....	271
10.2 สมบัติของบริเวณการลู่อื่น.....	275
10.3 สมบัติของการแปลงซี.....	282
10.4 ผลการแปลงซีผกผัน.....	287
10.5 การวิเคราะห์ระบบ LTI โดยอาศัยการแปลงซี.....	288
10.6 ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันถ่ายโอนและแผนภาพขั้ว.....	294
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 10.....	299
<b>บรรณานุกรม</b> .....	305

## บทที่ 1

# สัญญาณและระบบ (Signals and Systems)

การที่เราสามารถวิเคราะห์หรือแปลความหมายจากสัญญาณและระบบได้อย่างถูกต้องโดยอาศัยสมการทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้เราสามารถเข้าใจถึงลักษณะและโครงสร้างการทำงานของระบบได้อย่างลึกซึ้ง ตลอดจนสามารถนำความรู้เหล่านี้ไปประยุกต์ใช้ร่วมกับงานอื่น ๆ ได้อย่างหลากหลาย แนวคิดและทฤษฎีของสัญญาณและระบบจึงมีความจำเป็นที่จะต้องเรียนรู้ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ผู้ที่ศึกษาทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้า วิศวกรรมสื่อสาร และวิทยาศาสตร์ในสาขาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง นำพร้บบทนี้จะอธิบายเนื้อหาทฤษฎีพื้นฐานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกัสัญญาณและระบบ ตลอดจนสนใจตัวอย่างประกอบเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ง่ายยิ่งขึ้น

### 1.1 สัญญาณ

ปริมาณทางกายภาพหลายอย่างในธรรมชาติสามารถถูกนำมาอธิบายหรือแสดงแทนด้วยสิ่งที่เรียกว่า "สัญญาณ (signal)" สัญญาณอาจเป็นไปได้หลายรูปแบบ เช่น เสียงพูด สัญญาณภาพ สัญญาณการเต้นของหัวใจ สัญญาณการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในห้อง การซื้อขายหุ้นในตลาดหลักทรัพย์ หรืออัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ โดยข้อมูลที่ต้องการจะแฝงอยู่ในลักษณะการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ ในการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์นั้น สัญญาณมักถูกแสดงแทนด้วยฟังก์ชันที่มีตัวแปรอิสระคือ  $t$  โดยที่  $t$  คือเวลา ในขณะที่  $x$  แทนสัญญาณที่กำลังพิจารณา ในทางวิศวกรรมไฟฟ้าจึงมักเขียนสัญญาณ  $x(t)$  ด้วยค่าแรงดัน  $v(t)$  หรือค่ากระแส  $i(t)$  อย่างไรก็ตาม เพื่อให้การประมวลสัญญาณสามารถดำเนินการได้โดยสะดวกจึงมักกำหนดให้การเปลี่ยนแปลงสัญญาณทางกายภาพอื่น ๆ อยู่ในรูปของสัญญาณทางไฟฟ้าโดยใช้อุปกรณ์เฉพาะที่เรียกว่า เซ็นเซอร์ (Sensor) ซึ่งทำหน้าที่เปลี่ยนค่าทางกายภาพ เช่น ปริมาณแสงสว่าง อุณหภูมิ ความดัน หรือความชื้นของอากาศ ให้เป็นปริมาณทางไฟฟ้าต่าง ๆ หลังจากนั้นมักถูกแปลงให้เป็นสัญญาณแบบไบนารี (Binary) คือตัวเลข 0 หรือ 1 เพื่อใช้สำหรับการประมวลผลของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ จึงเป็นส่วนประกอบหลักของคอมพิวเตอร์